

**PADRÃO DE RESPOSTA DAS QUESTÕES DISCURSIVAS****Matemática - Licenciatura****QUESTÃO DISCURSIVA 1**

Os desafios da mobilidade urbana associam-se à necessidade de desenvolvimento urbano sustentável. A ONU define esse desenvolvimento como aquele que assegura qualidade de vida, incluídos os componentes ecológicos, culturais, políticos, institucionais, sociais e econômicos que não comprometam a qualidade de vida das futuras gerações.

O espaço urbano brasileiro é marcado por inúmeros problemas cotidianos e por várias contradições. Uma das grandes questões em debate diz respeito à mobilidade urbana, uma vez que o momento é de motorização dos deslocamentos da população, por meio de transporte coletivo e individual. Considere os dados do seguinte quadro.

Mobilidade urbana em cidade com mais de 500 mil habitantes		
Modalidade	Tipologia	Porcentagem (%)
Não motorizado	A pé	15,9
	Bicicleta	2,7
Motorizado coletivo	Ônibus municipal	22,2
	Ônibus metropolitano	4,5
	Metroferroviário	25,1
Motorizado individual	Automóvel	27,5
	Motocicleta	2,1

Tendo em vista o texto e o quadro de mobilidade urbana apresentados, redija um texto dissertativo, contemplando os seguintes aspectos:

- consequências, para o desenvolvimento sustentável, do uso mais frequente do transporte motorizado; (valor: 5,0 pontos)
- duas ações de intervenção que contribuam para a consolidação de política pública de incremento ao uso de bicicleta na cidade mencionada, assegurando-se o desenvolvimento sustentável. (valor: 5,0 pontos)

**PADRÃO DE RESPOSTA**

O estudante deve redigir um texto dissertativo, em que:

- aborde pelo menos duas das seguintes consequências:
  - aumento da emissão de poluentes atmosféricos;
  - aumento da emissão de gases de efeito estufa ( $\text{CO}_2$  – dióxido de carbono,  $\text{CO}$  – monóxido de carbono,  $\text{O}_3$  – ozônio);
  - aumento da poluição visual e sonora;
  - aumento da temperatura local e global;
  - aumento do consumo de combustíveis;
  - aumento de problemas de saúde (cardíaco, respiratório, dermatológico);
  - aumento da frota de veículos promovendo congestionamentos urbanos;
  - diminuição de áreas verdes;
  - desmatamento;
  - aumento das áreas impermeabilizadas resultando em enchentes, diminuição da infiltração da água e recarga de lençóis freáticos;

- elevação dos custos de manutenção das cidades (metroferrovias, rodovias, tratamento de água, limpeza da cidade, etc);
- necessidade de ampliação de vias trafegáveis;
- necessidade de ampliação de áreas de estacionamento.

b) aborde duas das seguintes intervenções:

- construção de vias exclusivas para bicicletas (ciclovias e ciclofaixas);
- proposição de formas de integração entre o transporte por bicicletas, o metroviário e os ônibus coletivos, a fim de garantir segurança e conforto em momentos de adversidades climáticas e relevo acidentado;
- pontos de aluguel e/ou empréstimo de bicicleta;
- construção de bicicletários;
- investimento na segurança pública;
- políticas de incentivo ao uso de bicicleta (educação ambiental, qualidade de vida, saúde, propaganda);
- implementação de políticas de crédito e de redução do custo das bicicletas.

## QUESTÃO DISCURSIVA 2

---

Três jovens de 19 anos de idade, moradores de rua, foram presos em flagrante, nesta quarta-feira, por terem atado fogo em um jovem de 17 anos, guardador de carros. O motivo, segundo a 14.<sup>a</sup> DP, foi uma “briga por ponto”. Um motorista deu “um trocado” ao menor, o que irritou os três moradores de rua, que também guardavam carros no local. O menor foi levado ao Hospital das Clínicas (HC) por PMs que passavam pelo local. Segundo o HC, ele teve queimaduras leves no ombro esquerdo, foi medicado e, em seguida, liberado. Os indiciados podem pegar de 12 a 30 anos de prisão, se ficar comprovado que a intenção era matar o menor. Caso contrário, conforme a 14.<sup>a</sup> DP, os três poderão pegar de um a três anos de cadeia.

Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br>>. Acesso em: 28 jul. 2013 (adaptado).

A partir da situação narrada, elabore um texto dissertativo sobre violência urbana, apresentando:

- a) análise de duas causas do tipo de violência descrita no texto; (valor: 7,0 pontos)
- b) dois fatores que contribuiriam para se evitar o fato descrito na notícia. (valor: 3,0 pontos)

### **PADRÃO DE RESPOSTA**

O estudante deve redigir um texto dissertativo, em que:

a) aborde duas das seguintes causas:

- problemas relacionados à educação (baixa escolaridade, evasão escolar, qualidade da educação, distanciamento entre a escola e a realidade social, tempo de permanência na escola);
- desigualdades socioculturais (gênero, etnia, economia, etc);
- desemprego e falta de qualificação profissional;
- precariedade da segurança pública;
- uso de drogas;
- desvalorização da vida humana;
- banalização da violência;
- sensação de impunidade;
- ausência de políticas sociais;
- degradação da vida urbana;
- desconhecimento e/ou desrespeito aos direitos humanos e constitucionais;
- desestruturação familiar;
- desvalorização de princípios éticos e morais.

b) mencione dois dos seguintes fatores:

- políticas de segurança mais efetivas;
- políticas públicas de melhoria das condições socioeconômicas;
- maior consciência cidadã e respeito à vida;
- melhor distribuição de renda;
- melhoria da educação (aumento da escolaridade, redução da evasão escolar, qualidade da educação, aproximação entre a escola e a realidade social, aumento do tempo de permanência na escola);

- aumento da oferta de emprego e melhoria da qualificação profissional;
- medidas preventivas ao uso de drogas;
- maior eficácia do sistema judiciário;
- revisão da legislação penal;
- valorização de princípios éticos, morais e familiares.

Observação: as respostas a esse item devem se pautar na Portaria Inep nº 255, de 02 de junho de 2014, onde se lê:

*Art. 3º No componente de Formação Geral serão considerados os seguintes elementos integrantes do perfil profissional: atitude ética; comprometimento social; compreensão de temas que transcendam ao ambiente próprio de sua formação, relevantes para a realidade social; espírito científico, humanístico e reflexivo; capacidade de análise crítica e integradora da realidade; e aptidão para socializar conhecimentos em vários contextos e públicos diferenciados.*

### QUESTÃO DISCURSIVA 3

Os principais efeitos visuais da computação gráfica vistos em uma tela são resultados de aplicações de transformações lineares. Translação, rotação, redimensionamento e alteração de cores são apenas alguns exemplos.

Considere que uma tela é cortada por dois eixos,  $x$  e  $y$ , ortogonais entre si, formando um sistema de coordenadas com origem no centro da tela. Suponha que, nessa tela plana, existe a imagem de uma elipse com eixo maior de tamanho 4, paralelo ao eixo  $x$ , e cujos focos têm coordenadas  $(-1, 2)$  e  $(1, 2)$ . Considere  $T$  um operador linear definido em  $\mathbb{R}^2$ .

De acordo com as informações acima, faça o que se pede nos itens a seguir, apresentando os cálculos utilizados na sua resolução.

- Mostre que o ponto  $(0, 2 + \sqrt{3})$  pertence à elipse. (valor: 3,0 pontos)
- Suponha que, em cada ponto da tela, seja aplicado o operador linear  $T(x, y) = (x + y, -2x + 4y)$ . Quais serão as coordenadas dos focos da elipse após a aplicação de  $T$ ? (valor: 3,0 pontos)
- Calcule os autovalores do operador linear  $T(x, y) = (x + y, -2x + 4y)$ . (valor: 4,0 pontos)

### PADRÃO DE RESPOSTA

a) O estudante deve apresentar uma das seguintes opções:

- Usar a definição de elipse: A soma das distâncias de um ponto aos focos é igual ao comprimento do eixo maior.

- Calcular a equação da elipse. Para isto basta ver que a distância entre os focos é  $2=2c$ , logo  $c=1$  e que o eixo maior de tamanho 4 implica em  $2a=4$ , ou seja,  $a=2$ . Assim basta calcular  $b$  (usando que  $a^2 = b^2 + c^2$ ) que dá  $b = \sqrt{3}$ . O centro da elipse é o ponto  $(0,2)$  e sua equação fica  $\frac{x^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{3} = 1$ . E ver que  $(0, 2 + \sqrt{3})$  satisfaz essa equação.

- Calcular a distância entre  $(0, 2 + \sqrt{3})$  e cada um dos focos e soma os dois resultados e ver que o resultado é 4.

b)  $T(-1,2) = (1,10)$  e  $T(1,2) = (3,6)$ .

c) O polinômio característico de  $T$  é  $t^2 - 5t + 6$  que tem como raízes 2 e 3.

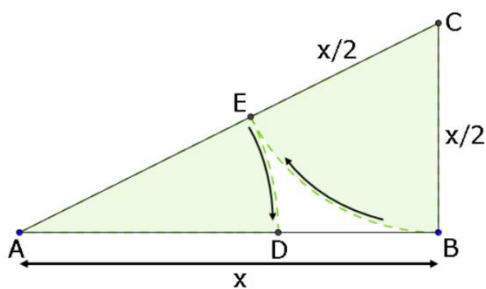
#### QUESTÃO DISCURSIVA 4

O número de ouro é conhecido há mais de dois mil anos, sendo encontrado nas artes, nas pirâmides do Egito e na natureza. Para construir o número de ouro apenas com o auxílio de uma régua não graduada e de um compasso, utiliza-se o seguinte procedimento: dado um segmento  $AB$  qualquer, marca-se o seu ponto médio; constrói-se o segmento  $BC$  perpendicular a  $AB$  e com a metade do comprimento de  $AB$ ; marca-se o ponto  $E$  sobre a hipotenusa do triângulo  $ABC$ , tal que  $\overline{EC}$  e  $\overline{BC}$  sejam iguais; e determina-se o ponto  $D$  no segmento  $AB$  tal que  $\overline{AD}$  e  $\overline{AE}$  sejam iguais. Com esse procedimento, o ponto  $D$  divide o segmento  $AB$  na razão áurea.

A partir da construção geométrica do número de ouro e considerando  $x$  como o comprimento do segmento  $AB$ , faça o que se pede nos itens a seguir, apresentando os cálculos utilizados na sua resolução.

- Determine o comprimento do segmento  $AC$  em função de  $x$ . (valor: 4,0 pontos)
- Determine o comprimento do segmento  $AD$  em função de  $x$ . (valor: 4,0 pontos)
- Determine o número de ouro dado pelo quociente  $\frac{AB}{AD}$ . (valor: 2,0 pontos)

#### PADRÃO DE RESPOSTA



- a) O comprimento da hipotenusa do triângulo retângulo  $ABC$  em função de  $x$ .

$$(AC)^2 = x^2 + (x/2)^2$$

$$(AC)^2 = (5x^2)/4$$

$$AC = x\sqrt{5}/2$$

- b) Os comprimentos  $AD$  e  $AE$  são iguais e  $EC = BC = x/2$ , calculando  $AD$  em função de  $x$ .

$$AD = AE = x\sqrt{5}/2 - x/2$$

$$AD = x(\sqrt{5} - 1)/2$$

- c) Os cálculos do quociente  $AB/AD$  encontrando o número áureo.

$$AB/AD = x/[x(\sqrt{5} - 1)/2]$$

$$AB/AD = 2x/[x(\sqrt{5} - 1)]$$

$$AB/AD = 2/(\sqrt{5} - 1),$$

ou, racionalizando,

$$AB/AD = (\sqrt{5} + 1)/2$$

## QUESTÃO DISCURSIVA 5

A Torre de Hanói foi inventada por Edouard Lucas em 1883. Há uma história sobre a Torre, imaginada pelo próprio Lucas:

No começo dos tempos, Deus criou a Torre de Brahma, que contém três pinos de diamante e colocou no primeiro pino 64 discos de ouro maciço. Deus, então, chamou seus sacerdotes e ordenou-lhes que transferissem todos os discos para o terceiro pino, seguindo certas regras. Os sacerdotes, então, obedeceram e começaram o seu trabalho, dia e noite. Quando eles terminassem, a Torre de Brahma iria ruir e o mundo acabaria.

Disponível em: <<http://www.obm.or.br>> (adaptado). Acesso em: 17 set. 2014.



Esse é um dos quebra-cabeças matemáticos mais populares, que consiste de  $n$  discos com um furo em seu centro e de tamanhos diferentes e de uma base com três pinos na posição vertical onde são colocados os discos. O jogo mais simples é constituído de três pinos, mas a quantidade pode variar, deixando o jogo mais difícil à medida que o número de discos aumenta. Os discos formam uma torre onde todos são colocados em um dos pinos em ordem decrescente de tamanho. O objetivo do quebra-cabeça é transferir toda a torre de discos para um dos outros pinos, que estão inicialmente vazios, de modo que cada movimento é feito somente com um disco, nunca havendo um disco maior sobre um disco menor, como mostra a figura ao lado.

Disponível em: <<http://www.puzzlesdeingenio.com>>. Acesso em: 17 set. 2014.

Considerando uma Torre de Hanói de 3 pinos, faça o que se pede nos itens a seguir.

- Ao planejar uma aula de matemática utilizando-se a Torre de Hanói, quais seriam os objetivos a serem alcançados de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais e o que se espera com o uso de jogos no processo de ensino-aprendizagem? (valor: 3,0 pontos)
- Cite três conceitos matemáticos da Educação Básica que podem ser explorados em sala de aula utilizando-se a Torre de Hanói? (valor: 3,0 pontos)
- Obtenha uma fórmula para o número mínimo de movimentos necessários para resolver a Torre de Hanói com discos. Justifique a sua resposta. (valor: 4,0 pontos)

## PADRÃO DE RESPOSTA

a) O estudante deve apresentar os objetivos, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais: resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;

O estudante também pode abordar os seguintes objetivos: fixação de conceitos, motivação, construção de conceitos, trabalho em grupo, propiciando solidariedade entre os alunos, estímulo ao raciocínio, desenvolvimento do senso crítico, disposição para aprender e desenvolvimento da cidadania.

Outros objetivos de acordo com os PCN's:

- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;

- selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;

- comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;

- interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

b) O estudante deve citar três dos seguintes conceitos matemáticos: contagem, ordenação, conceito de função, função exponencial e logarítmica, progressão geométrica e equações de recorrência.

c) Para  $n = 1$  disco, apenas um movimento. Para  $n = 2$  discos, são necessários 3 movimentos: o disco de menor diâmetro deve ser colocado sobre um dos pinos vazios; em seguida, o de maior diâmetro sobre o outro pino (como tem diâmetro superior ao primeiro disco, não pode ser colocado no pino ocupado pelo primeiro); por fim, o primeiro disco, de menor diâmetro, é colocado sobre o segundo e o problema fica resolvido. Para  $n = 3$  discos, seguindo o raciocínio análogo, chega-se à conclusão que, no mínimo, são necessários 7 movimentos. Sabemos que mover dois discos para um dos pinos envolve, necessariamente, 3 movimentos, em seguida movemos o novo disco para o pino livre e, finalmente, para deslocar os dois discos para esse pino precisamos novamente de mais 3 movimentos. Ao todo, são  $2 \times 3 + 1 = 7$  movimentos. Este raciocínio permite deduzir o padrão de resposta. Isto é, para  $n = 4$  discos, precisamos de  $2 \times 7 + 1 = 15$  movimentos. Para  $n = 5$  discos,  $2 \times 15 + 1 = 31$  deslocamentos, e assim sucessivamente. Portanto, para  $n$  discos, precisamos de  $2^n - 1$  movimentos.